

Exame de Acesso Acesso ACFES Maiores de 23 | Matemática  
Prova modelo 2025

Proposta de Resolução Sintética

Parte A - Escolha múltipla

1. (D) 2. (E) 3. (C) 4. (D) 5. (B) 6. (B)

Parte B

1. Um professor pede a 40 estudantes para realizarem um miniteste de revisão. Os resultados (1 a 10 valores) foram:

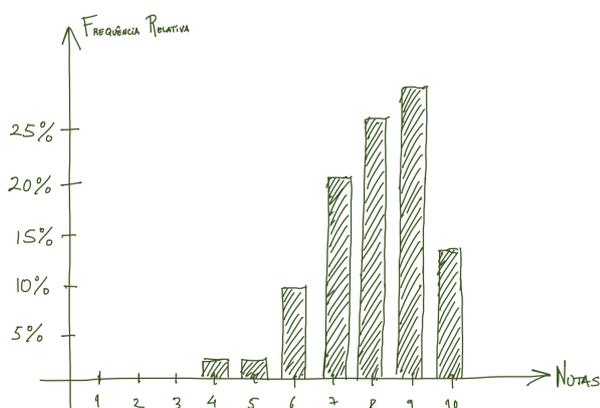
a) Complete a tabela.

Notas	Nº de Alunos	Frequência Acumulada
1	0	0
2	0	0
3	0	0
4	1	1
5	1	2
6	4	6
7	8	14
8	10	24
9	11	35
10	5	40

A tabela foi completada tendo em linha de conta que  $F_n = F_{n-1} + f_n$  onde  $F_n$  é a frequência acumulada da classe  $n$ ,  $F_{n-1}$  é a frequência acumulada da classe  $n - 1$  (ou seja da classe anterior a  $n$ ) e  $f_n$  é a frequência simples da classe  $n$ . Por exemplo,  $F_6 = 6$ ,  $f_7 = 8$  o que implica que  $F_7 = F_6 + f_7 = 6 + 8 = 14$ .

b) Desenhe o gráfico de barras considerando as frequências relativas e determine a moda.

Notas	Nº de Alunos	Frequência relativa
1	0	0 = 0%
2	0	0 = 0%
3	0	0 = 0%
4	1	1/40 = 0,025 = 2,5%
5	1	1/40 = 0,025 = 2,5%
6	4	4/40 = 0,1 = 10%
7	8	8/40 = 0,2 = 20%
8	10	10/40 = 0,25 = 25%
9	11	11/40 = 0,275 = 27,5%
10	5	5/40 = 0,125 = 12,5%



A moda é o valor com maior frequência relativa, logo a moda é 9.

2. Considere a função

$$f(x) = \begin{cases} \ln(1-x) & \text{se } x > 0 \\ e^x - 1 & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$$

onde  $\ln$  é o logaritmo na base  $e$ .

a) Determine o domínio de  $f$  e os seus zeros, caso existam. Justifique.

- Começamos por estudar quando  $x > 0$ . Como o argumento do logaritmo tem que ser positivo exigimos que  $1 - x > 0$  ou seja  $x < 1$ . Juntando as duas condições  $x > 0$  e  $x < 1$  obtemos o intervalo  $]0, 1[$ .
- Agora vamos considerar  $x \leq 0$ . Neste caso não temos nenhuma restrição a fazer pois o domínio da função  $e^x$  é  $\mathbb{R}$  (assim como o domínio da função  $e^x - 1$ ). Em resumo o domínio de  $f$  é  $] - \infty, 0] \cup ]0, 1[ = ] - \infty, 1[$ .

- Para calcularmos os zeros de  $f$  vamos novamente analisar os dois casos:
- Caso  $x > 0$ , teremos  $\ln(1 - x) = 0 \Leftrightarrow 1 - x = 1 \Leftrightarrow x = 0$ . Mas o zero obtido não está no intervalo em estudo logo concluímos que  $f$  não tem zeros quando  $x > 0$ .
- Caso  $x \leq 0$ , teremos  $e^x - 1 = 0 \Leftrightarrow e^x = 1 \Leftrightarrow x = 0$  e neste caso  $0 \in ] - \infty, 0]$  concluindo que o único zero de  $f$  é  $x = 0$ .

b) Estude a continuidade de  $f$  no seu domínio.

- Começamos por estudar quando  $0 < x < 1$ . Como o logaritmo é uma função contínua no seu domínio teremos que  $f$  é contínua em  $]0, 1[$ .
- Agora vamos considerar  $x < 0$ . Como função exponencial é uma função contínua em  $\mathbb{R}$ , a função constante igual a 1 é contínua e a subtração de funções contínuas ainda é uma função contínua, concluímos que  $f$  é contínua em  $] - \infty, 0[$ .
- O único ponto do domínio que resta estudar a continuidade é em  $x = 0$ . Vamos calcular os limites laterais: Por um lado,

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln(1 - x) = \ln 1 = 0,$$

e por outro

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} e^x - 1 = e^0 - 1 = 1 - 1 = 0.$$

Como os limites laterais coincidem com  $f(0)$  teremos que a função  $f$  é contínua em  $x = 0$ .

- Em resumo  $f$  é contínua em todo o seu domínio.

3. Calcule a derivada das seguintes funções:

a)  $f(x) = x^3 \cos x$ , onde  $\cos$  representa a função trigonométrica cosseno.

$$\begin{aligned} f'(x) &= (x^3 \cos x)' \stackrel{\text{Regra derivação produto}}{=} (x^3)' \cos x + x^3 (\cos x)' \\ &= 3x^2 \cos x - x^3 \sin x, \end{aligned}$$

onde usamos a regra  $(x^n)' = nx^{n-1}$  para  $n \in \mathbb{N}$  e a regra  $(\cos x)' = -\sin x$ .

b)  $g(x) = \frac{\ln(2x)}{e^x + 1}$ .

$$\begin{aligned}
 g'(x) &= \left( \frac{\ln(2x)}{e^x + 1} \right)' \text{Regra derivação quociente } \frac{(\ln(2x))'(e^x + 1) - \ln(2x)(e^x + 1)'}{(e^x + 1)^2} \\
 &= \frac{\frac{2}{2x}(e^x + 1) - \ln(2x)e^x}{(e^x + 1)^2} = \frac{\frac{1}{x}(e^x + 1) - \ln(2x)e^x}{(e^x + 1)^2},
 \end{aligned}$$

aqui usamos a regra da derivada da função composta  $(\ln u(x))' = \frac{u'(x)}{u(x)}$  (onde  $u$  é função derivável), a regra  $(e^x)' = e^x$ , a regra  $C' = 0$  (derivada de uma constante é 0) e, finalmente, a regra que afirma que a derivada da soma é a soma das derivadas.

FIM